

Intersección:

El 0 pertenece a S y a T por ser subespacios. Por lo tanto pertenece a la intersección.

Si tengo u y w que pertenecen a la intersección, entonces la suma de u y w también pertenece a la intersección: U y w pertenecen a S entonces su suma también pertenece a S. u y w pertenecen a T entonces su suma también pertenece a T. Por lo tanto la suma u + w también pertenece a la intersección.

Si tenemos un vector v que pertenece a la intersección y tenemos un escalar que pertenece a K, entonces el producto kv pertenece a la intersección: Si tengo un vector u que pertenece a la intersección, entonces tiene que pertenecer a los dos S y T y tengo un escalar k que pertenece al cuerpo K, entonces su producto kv pertenece a S y pertenece a T por ser subespacios de V, por lo tanto pertenece a la intersección.

Y si se cumplen las dos anteriores, la intersección es un subespacio vectorial.

Suma:

El cero pertenece a S y T por ser subespacios, por lo tanto 0s +0t = 0, pertenece a la suma S+T

Si tengo dos vectores v y w que pertenecen a la suma S + T, los puedo expresar como v=s1+t1, w=s2+t2. Al sumar v y w, obtenemos v + w = s1 + t1 + s2 + t2, reorganizando v + w = s1 + s2 + t1 + t2. Podemos ver que v + w = s + t, probando que la suma de dos vectores pertenecen a la suma de S+T.

Tomamos k escalar que pertenece al cuerpo K, v que pertenece a la suma S + T, entonces kv pertenece a la suma S + T: si v = s + t, kv = k(s + t) = ks + kt. ks pertenece a S y kt pertenece a T, por lo tanto kv pertenece a la suma S + T

Y si se cumplen las dos anteriores, la suma es un subespacio vectorial.

Unión:

El cero pertenece a S y T por ser subespacios, por lo tanto pertenece a la unión.

Siendo s un vector en S = {x,y}/x=y, y t un vector en T = {x,y}/x=2y

Hacemos la suma de s+t, para comprobar que el vector resultante sea x=y o x=2y.

Tomamos un ejemplo s = {1,1} t = {2,1}, s + t = {3,2}: Este vector no pertenece a la unión . Es decir que la unión de dos subespacios no es un subespacio vectorial.